

2.4 Mößbauer-Effekt

Ausarbeitung

Fortgeschrittenenpraktikum an der TU Darmstadt

Versuch durchgeführt von: Mussie Beian, Jan Schupp, Florian Wetzel

Versuchsdatum: 23.06.2009

Betreuer: Dr. Jörg Leske



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Inhaltsverzeichnis

1.....	Theorie zum Versuch	3
1.1.	Historischer Hintergrund	3
1.2.	Der Mößbauereffekt	3
1.3.	Natürliche Linienbreite	4
1.4.	Debye-Waller-Faktor	4
1.5.	Zerfallsschema von ^{57}Co	4
1.6.	Isomeriewerschiebung	5
1.7.	Elektrische Quadrupolaufspaltung	5
1.8.	Magnetische Hyperfeinaufspaltung	6
2.....	Versuchsdurchführung und Auswertung	7
2.1.	Impulshöhenspektrum von ^{57}Fe und Identifizierung der 14,4 keV Linie	7
2.2.	Geschwindigkeitseichung	8
2.3.	Mößbauerspektren	9
2.4.	Mößbauerspektrum von Eisenmetall	9
2.5.	Mößbauerspektrum von Edelstahl	10
2.6.	Mößbauerspektrum von Borazit	11
2.7.	Bestimmung des Debye-Waller-Faktors	11
2.8.	Abschätzung der Lebensdauer des 14,4 keV Niveaus	14

1. Theorie zum Versuch

1.1. Historischer Hintergrund

Der Mößbauereffekt wurde im Jahre 1955 von Rudolph Mößbauer (*1929 in München) im Rahmen seiner Doktorarbeit an der an der TH München entdeckt. Er erhielt für diese Entdeckung im Jahre 1961 den Nobelpreis für Physik.

In späteren Jahren erklärte er diesen Effekt sehr anschaulich mit dem folgenden Beispiel: Man befinde sich auf einem See in einem Boot und werfe einen Stein. Im Sommer erhält man dadurch einen Rückstoß, der das Boot in eine leichte Bewegung versetzt. Dadurch geht eine gewisse Energie vom Stein verloren. Im Winter ist der See zugefroren. Wird der Stein jetzt geworfen, kann die gesamte Wurfenergie an den Stein übertragen werden.

1.2. Der Mößbauereffekt

Ein γ -Quant kann genau dann von einem Atomkern absorbiert werden, wenn seine Energie der Anregungsenergie eines Kernniveaus entspricht. Intuitiv legt dies die Vermutung nahe, dass wenn ein Atomkern durch einen Kernübergang ein γ -Quant emittiert, dieses durch den gleichen Kernübergang in einem anderen Atomkern wieder absorbiert werden kann.

Allerdings wird bei der Emission von γ -Quanten aufgrund des Impulserhaltungssatzes ein gewisser Energieanteil des γ -Quants an das emittierende Atom in Form eines Impulses abgegeben (Rückstoß):

$$E_\gamma = E_0 - E_R$$
$$E_R = \frac{p^2}{2m} = \frac{E_0^2}{2mc^2}$$

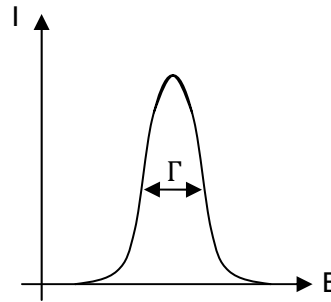
Bei der Absorption tritt der umgekehrte Effekt auf, so dass die Energie des zu absorbierenden γ -Quants gleich der Summe aus Absorptionsenergie und Rückstoßenergie sein muss.

Unter dem Mößbauereffekt versteht man die rückstoßfreie Resonanzabsorption von γ -Quanten. Dieser Effekt wird durch die Einbettung der Quelle und des Absorbers in ein Gitter ermöglicht. Durch die Einbettung in ein Gitter erreicht man eine so große Masse, so dass die Rückstoßenergie vernachlässigbar wird.

Da das emittierende Atom stark gebunden ist, können durch den Rückstoß maximal Phononen angeregt werden. Ohne diesen Effekt wird der Rückstoß auf das gesamte Gitter übertragen, welcher aufgrund der großen Größenunterschiede allerdings vernachlässigbar ist.

1.3. Natürliche Linienbreite

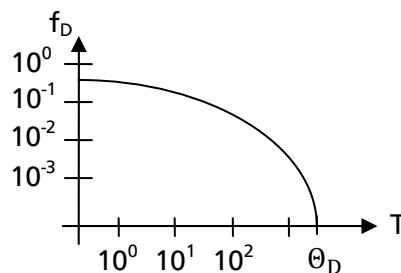
Mit Bezug auf die Heisenberg'sche Unschärferelation erhält man für einen Kernzustand mit einer mittleren Lebensdauer τ , die Energieunschärfe $\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$. Hierbei wird Γ als die natürliche Linienbreite bezeichnet.



Das im Versuch verwendete ^{57}Fe hat beispielsweise für den $14,4 \text{ keV}$ - Übergang eine Lebensdauer von $\tau_N = 1,41 \cdot 10^{-7} \text{ s}$. Somit ergibt sich eine Linienbreite von $\Gamma = 4,7 \cdot 10^{-9} \text{ eV}$.

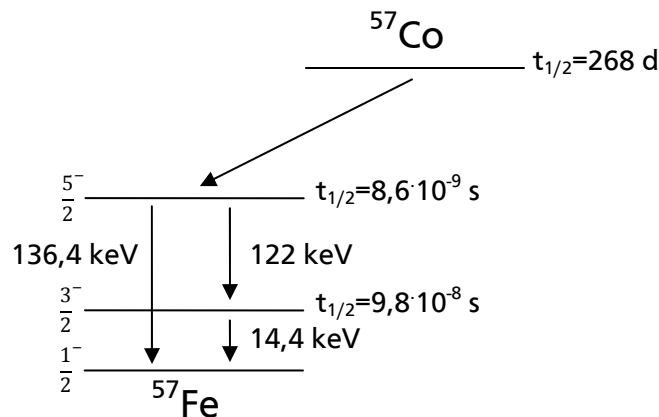
1.4. Debye-Waller-Faktor

Mit dem Debye-Waller-Faktor, oder auch Lamb-Mößbauer-Faktor, wird der Anteil der unverschobenen, also rückstoßfreien γ -Emissionen zu allen γ -Emissionen beschrieben. Dieser Faktor ist temperaturabhängig und bei einer Temperatur von $T = 0 \text{ K}$ am größten. Da selbst bei dieser Temperatur eine Nullpunktschwingung der Atome vorliegt ($E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{3}{2}\right)$), wird dieses Verhältnis niemals 1.



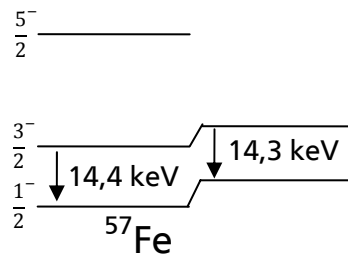
Der Debye-Waller-Faktor wird Null, wenn die Debye-Temperatur erreicht ist.

1.5. Zerfallsschema von ^{57}Co



1.6. Isomerieverschiebung

Aufgrund der nicht verschwindenden Aufenthaltswahrscheinlichkeit von Elektronen im Atomkern, ist eine Veränderung des Ladungsradius möglich. Dieser bewirkt eine Veränderung der Coulomb-Barriere, wodurch eine Verschiebung der Energieniveaus bewirkt wird.



Da sich Energieniveaus nur relativ zueinander messen lassen, kann man eine solche Verschiebung nur dann beobachten, wenn die Verschiebungen von Quelle und Absorber unterschiedlich sind.

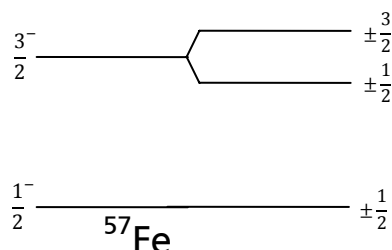
1.7. Elektrische Quadrupolaufspaltung

Die Wechselwirkung eines deformierten Kerns mit einem elektrischen Feldgradienten hat eine Aufspaltung der Energieniveaus zur Folge.

Das im Versuch verwendete ^{57}Fe weist ein elektrisches Quadrupolmoment auf. Somit wirkt in einem äußeren elektrischen inhomogenen Feld ein Drehmoment, das zur Ausrichtung des Atomkerns im Feld führt. Die verschiedenen Ausrichtungen führen zu einer Aufspaltung der Energieniveaus:

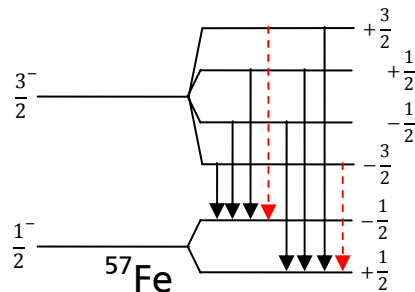
$$\Delta E \propto V_{zz} \cdot Q$$

Da die Spins quadratisch in den Feldgradienten V_{zz} eingehen, gibt es keine Aufspaltung im Grundzustand und eine einfache Aufspaltung im ersten angeregten Zustand:



1.8. Magnetische Hyperfeinaufspaltung

Besitzt ein Atomkern ein magnetisches Dipolmoment, so führt das Anlegen eines äußeren magnetischen Feldes zu einer Aufspaltung der Energieniveaus. Ein solches Dipolmoment kann beispielsweise durch die Bewegung der Elektronen erzeugt werden.



Aufgrund quantenmechanischer Auswahlregeln sind allerdings nicht alle Übergänge erlaubt:

$$|J_1 - J_2| \leq L \leq J_1 + J_2$$

Im vorliegenden Fall ergibt sich somit:

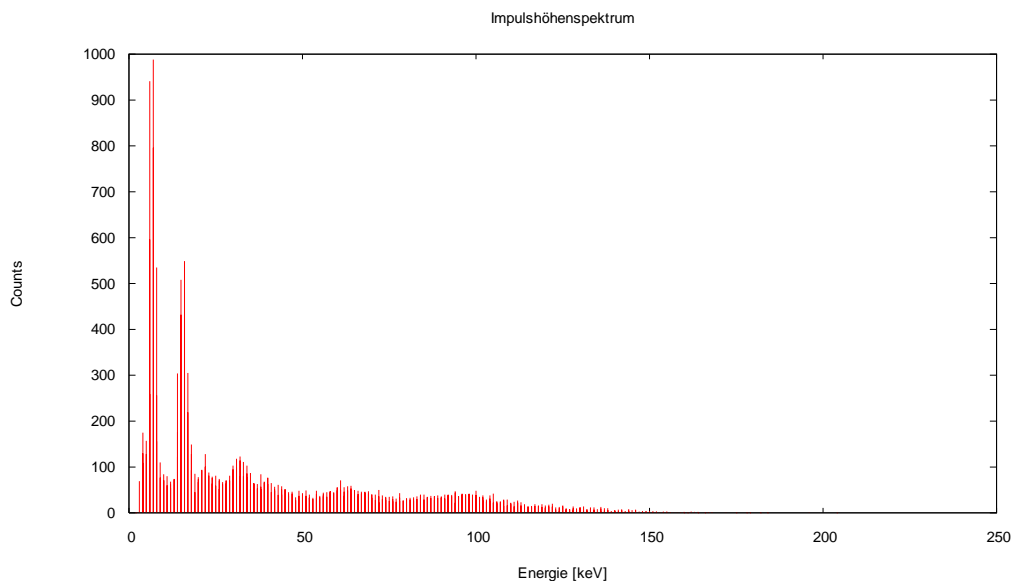
$$1 \leq L \leq 2$$

Aufgrund der Auswahlregel $\Delta m \in \{-1; 0; 1\}$ ergeben sich für die vorliegenden Energieniveaus nur sechs erlaubte Übergänge. ($L=0; 1$)

2. Versuchsdurchführung und Auswertung

2.1. Impulshöhenspektrum von ^{57}Fe und Identifizierung der 14,4 keV Linie

Zunächst sollte mithilfe des Einkanaldiskriminators ein Fenster auf die 14,4 keV Linie gelegt werden. Dazu wurde zunächst ein Impulshöhenspektrum von ^{57}Fe aufgenommen. Es sind zwei deutliche Peaks zu erkennen, die wir den Energien $E_\gamma = 6,8 \text{ keV}$ und $E_\gamma = 14,4 \text{ keV}$ zuordnen konnten. Mit Hilfe dieser beiden Peaks konnten wir unsere Kanäle in die zugehörigen Energien umrechnen.



Da zum Nachweis des Mößbauer-Effekts scharfe Energien benötigt werden, stellten wir die Schwellen des Diskriminators nun so ein, dass unser Spektrum anschließend lediglich γ -Quanten mit $E_\gamma = 14,4 \text{ keV}$ enthalten hat.

Peak	Energie /keV	Kanal	Kanaltbreite	Linienfläche (absolut)	Linienfläche (relativ)
1	6,8	17,73	11-23	5161 ± 72	23,4%
2	14,4	40,91	33-47	4037 ± 64	18,3%

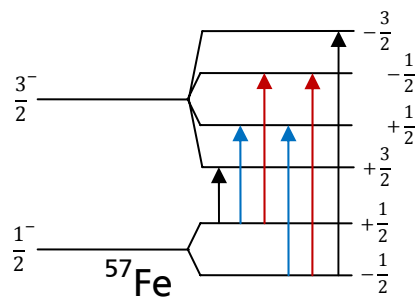
(Eichgerade: $E = 0,328 \text{ keV} \cdot K + 0,987 \text{ keV}$)

2.2. Geschwindigkeitseichung

Zur korrekten Auswertung der Mößbauerspektren ist zunächst eine Eichung der Geschwindigkeitsskala notwendig. Die Eichung erfolgt über die bekannte magnetische Grundzustandsaufspaltung von ^{57}Fe bei Raumtemperatur von 3,924 mm/s. Dazu nahmen wir zunächst ein Mößbauerspektrum von ^{57}Fe auf.



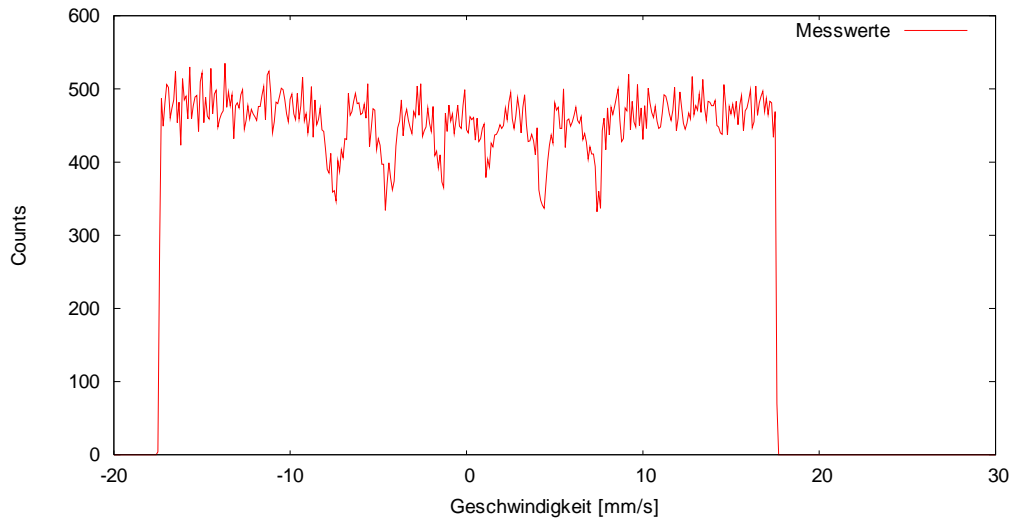
Wie bereits diskutiert, sind von den acht denkbar möglichen Übergängen vom aufgespaltenen ersten angeregten zum aufgespaltenen Grundniveau sechs Übergänge erlaubt. Die Energiedifferenz der magnetischen Grundzustandsaufspaltung von ^{57}Fe liegt bei Raumtemperatur von 3,924 mm/s.



Diese Energiedifferenz kann jeweils zwischen den gleichfarbig markierten Übergängen gemessen werden. Da die Reihenfolge der eingezeichneten Übergänge der Reihenfolge der Peaks im Mößbauerspektrum entspricht, kann darauf geschlossen werden, dass der Abstand zwischen dem zweiten und vierten, sowie dem dritten und fünften Peak jeweils dieser Geschwindigkeit entspricht.

Gemittelt ergibt sich somit eine Kanalbreite von $\Delta v = 0,1 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

Aufgrund der Symmetrie des Aufbaus kann davon ausgegangen werden, dass die Mitte des Spektrums der Geschwindigkeit $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ entspricht. Zur Veranschaulichung haben wir die erhaltenen Werte mit Gnuplot in ein Diagramm eingetragen.

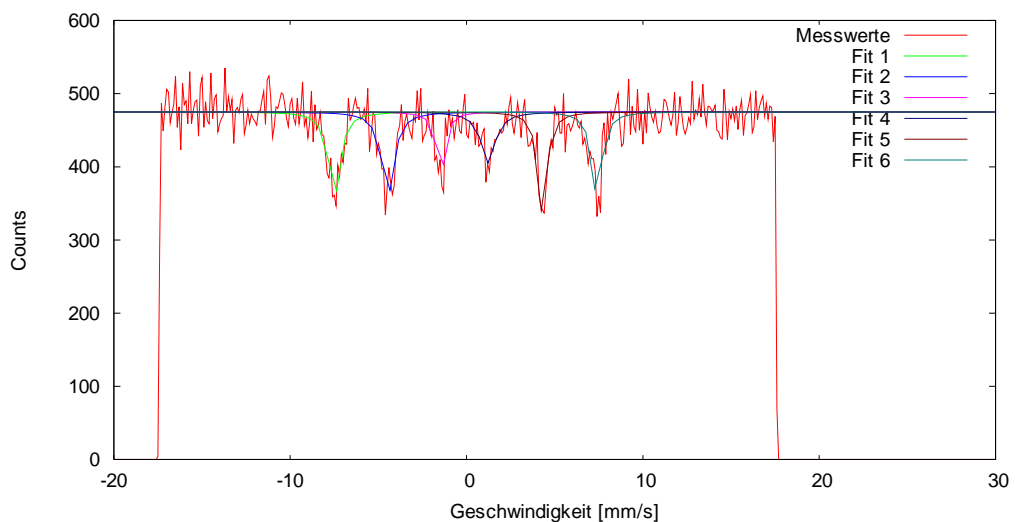


2.3. Mößbauerspektren

Anschließend nahmen wir die Mößbauerspektren von Eisen in Eisen, Edelstahl und Borazit auf, die wir direkt im Anschluss vom Untergrund bereinigten. Lage, Tiefe und Breite der Peaks ermittelten wir mit Hilfe von Lorenz-Peaks der Form $f_i(x) = a - b_i \frac{\Gamma_i/2\pi}{(x-E_i)^2 + (\Gamma_i/2)^2}$, die wir mittels Gnuplot an die Spektren anfiteten. Der Fit war so gewählt, dass a dem Grundniveau und b_i der Fläche, Γ_i der Linienbreite und E_i der Lage des entsprechenden Peaks entspricht. Die Isomerieverschiebung ergab sich als mittlerer Abstand der Peaks vom Schwerpunkt des Spektrums, bzw. von der Nulllage.

2.4. Mößbauerspektrum von Eisenmetall

Aus dem Mößbauerspektrum von Eisenmetall sollte die Lage der Resonanzlinien ermittelt werden.



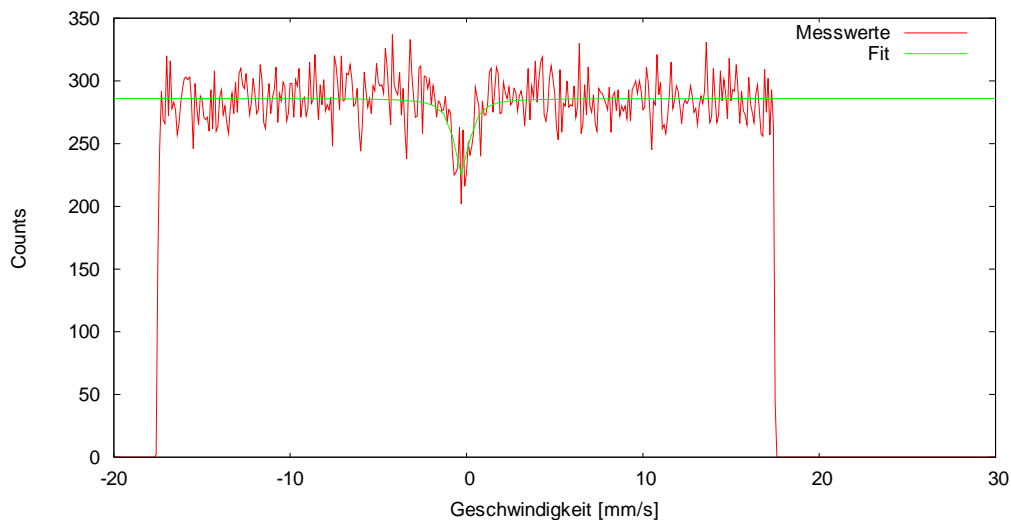
Das Grundniveau lag bei $I_0 = 475 \pm 1,72$

Peak	$E_i / \frac{mm}{s}$
1	$-7,51 \pm 0,04$
2	$-4,46 \pm 0,05$
3	$-1,47 \pm 0,05$
4	$1,23 \pm 0,06$
5	$4,3 \pm 0,03$
6	$7,41 \pm 0,04$

Es ergab sich eine Isomeriewerschiebung von $0,08 \frac{mm}{s}$, bzw. $3,84 \cdot 10^{-9} \text{ eV}$

2.5. Mößbauerspektrum von Edelstahl

Aus dem Mößbauerspektrum von Edelstahl sollten Lage, Tiefe und Breite der Resonanzlinien ermittelt werden.



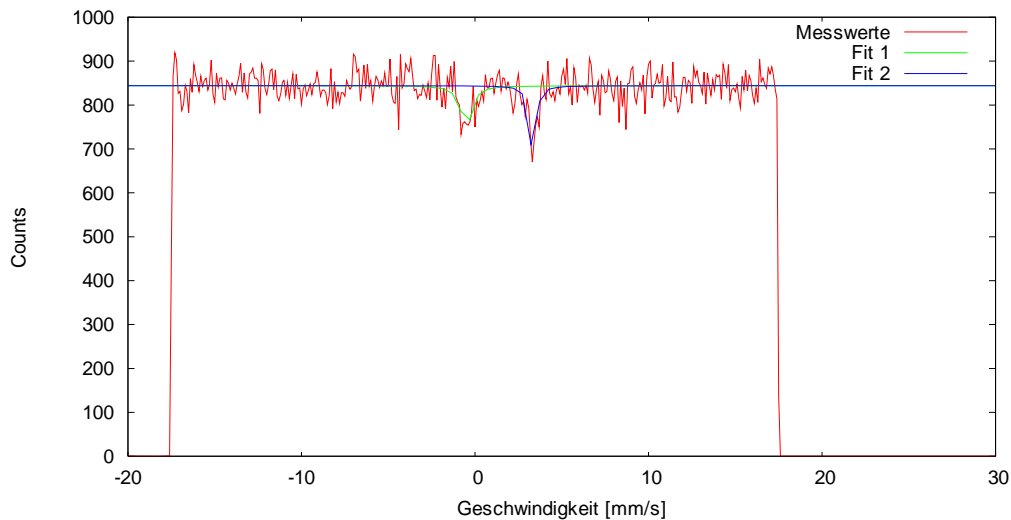
Das Grundniveau lag bei $I_0 = 286,19 \pm 0,98$

Peak	$E / \frac{mm}{s}$	I / Counts	$\Delta E / \frac{mm}{s}$
1	$-0,28 \pm 0,07$	$9,95 \pm 1,53$	$1,03 \pm 0,22$

Es ergab sich eine Isomeriewerschiebung von $0,28 \frac{mm}{s}$, bzw. $1,34 \cdot 10^{-8} \text{ eV}$.

2.6. Mößbauerspektrum von Borazit

Aus dem Mößbauerspektrum von Borazit sollten Lage und Breite der Resonanzlinien ermittelt werden.



Das Grundniveau lag bei $I_0 = 844 \pm 2$

Peak	$E_i / \frac{mm}{s}$	$\Delta E_i / \frac{mm}{s}$
1	$-0,5 \pm 0,07$	$0,74 \pm 0,2$
2	$3,33 \pm 0,03$	$0,44 \pm 0,09$

Es ergab sich eine Isomerieverschiebung von $1,92 \frac{mm}{s}$, bzw. $9,22 \cdot 10^{-8}$ eV.

Die Quadrupolaufspaltung ergibt sich als der Abstand der beiden Absorptionspeaks zu $v_Q = 3,83 \frac{mm}{s}$, bzw. $E_Q = 1,84 \cdot 10^{-7}$ eV. Der Feldgradient berechnet sich zu:

$$V_{zz} = \frac{2E_Q}{eQ} = 1,093 \cdot 10^{22} \frac{V}{m^2} \quad \text{mit } Q = 0,21 \pm 0,01.$$

2.7. Bestimmung des Debye-Waller-Faktors

Aus der Resonanzlinie des Mößbauerspektrums von Edelstahl sollte der Debye-Waller-Faktor der Quelle ermittelt werden. Der Debye-Waller-Faktor der Quelle berechnet sich zu:

$$f_Q = \frac{\epsilon}{A_r(t)}$$

Dabei entspricht ϵ der Wahrscheinlichkeit der gleichzeitigen Ereignisse von resonanter Absorption und rückstoßfreier Emission, $A_r(t)$ entspricht der Wahrscheinlichkeit der resonanten Absorption. ϵ ergibt sich aus dem Verhältnis der Tiefe des Peaks zum Grundniveau:

$$\epsilon = \frac{I}{I_0} \approx 0,0348$$

$A_r(t)$ lässt sich bei bekannter Absorberdicke t aus dem Graphen auf dem Anleitungsblatt ablesen. Die Absorberdicke berechnet sich zu:

$$t = \frac{f_A \cdot \sigma_0 \cdot \beta \cdot \rho_A}{M}$$

mit dem Debye-Waller-Faktor des Absorbers:

$$f_A = e^{\left(-\frac{3E^2}{Mc^2 k_B \Theta^1}\right)},$$

dem Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_0 = 2,56 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2,$$

dem Anteil von ^{57}Fe -Atomen im Edelstahl:

$$\beta = 0,55 \cdot 0,0214 = 0,01177,$$

der Flächendichte:

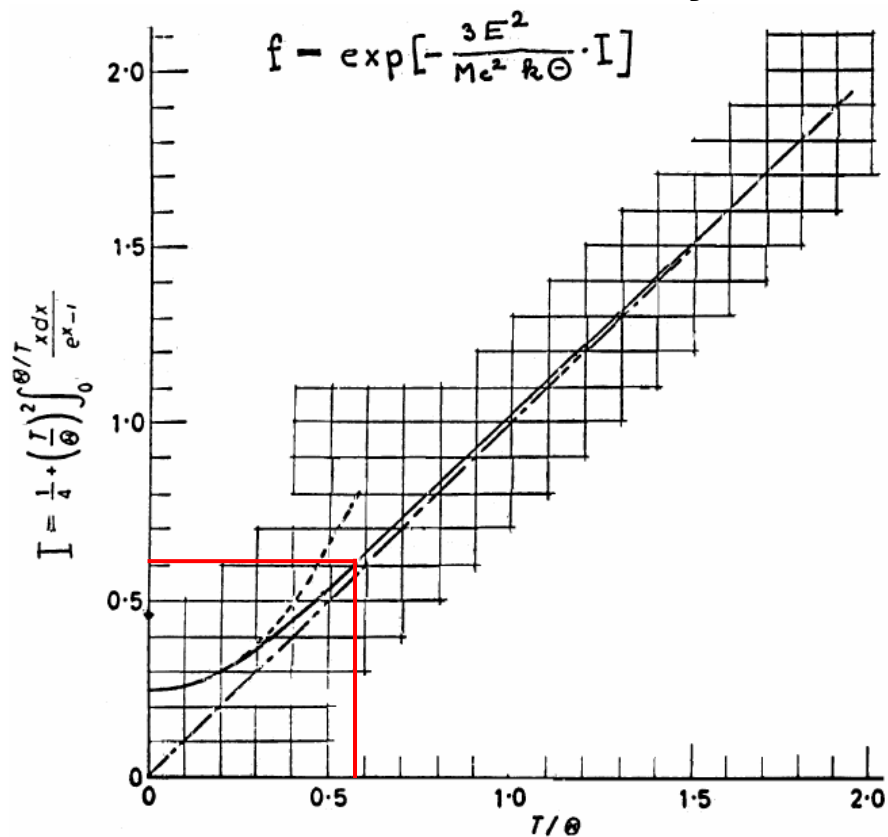
$$\rho_A = 10,2 \frac{\text{mg}}{\text{cm}^2} \text{ und}$$

der atomaren Masse von ^{57}Fe :

$$M = 94,65 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

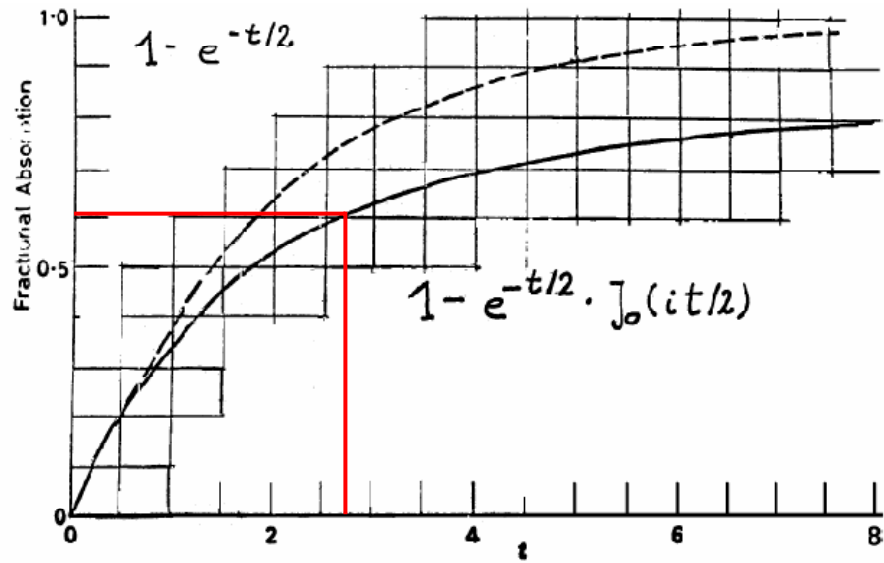
(Quelle: Anleitungsblatt, Nuklidkarte)

Um den Debye-Waller-Faktor des Absorbers zu berechnen, muss zunächst $I = \frac{1}{4} + \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^2 \int_0^{\frac{\Theta_D}{T}} \frac{x}{e^x - 1} dx$ bestimmt werden. Dies konnte mithilfe des folgenden Graphen vom Anleitungsblatt abgeschätzt werden. Bei unserer Abschätzung verwendeten wir die auf dem Anleitungsblatt angegebene Debye-Temperatur $\Theta_D = 510 \pm 75 \text{ K}$ und nahmen eine Temperatur von $T = 297 \pm 2 \text{ K}$ an. (Quelle: <http://www.wetter.com>) Damit ergab sich ein Verhältnis von $\frac{T}{\Theta_D} = 0,58$.



Mit einem abgelesenen $I = 0,61 \pm 0,04$ lässt sich der Debye-Waller-Faktor zu $f_A \approx 0,85 \pm 0,01$ berechnen. Daraus ergibt sich die Absorberdicke zu $t = 2,76 \pm 0,04 \text{ mm}$.

Mit der folgenden Grafik vom Anleitungsblatt konnte nun die Wahrscheinlichkeit der resonanten Absorption A_r abgelesen werden.



Mit einem abgelesenen Wert von $A_r = 0,61 \pm 0,01$ ergab sich somit der Debye-Waller-Faktor der Quelle zu:

$$f_Q = 0,35 \pm 0,08 \text{ (Literaturwert: } f_Q = 0,91)$$

Zum Vergleich sollte außerdem die Absorption der 14,4 keV Linie durch nichtresonante Prozesse, wie Compton- und Fotoeffekt, berechnet werden:

$$\epsilon_{\bar{r}} = e^{-\mu_{PA}} \approx 0,35$$

2.8. Abschätzung der Lebensdauer des 14,4 keV Niveaus

Die Abschätzung für die untere Grenze der Lebensdauer des 14,4 keV Niveaus erfolgt über die Heisenberg'sche Unschärferelation:

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$$

Verschiedene Einflüsse tragen jedoch noch zu einer Verbreiterung der Linienbreite bei, die bei dieser Berechnung berücksichtigt werden müssen:

- Geometrie des Aufbaus

Die Dopplerverschiebung wird schon durch den Aufbau vermindert, da nicht alle absorbierten Photonen genau orthogonal auf den Absorber treffen. Hierbei wirken sich schon kleine Winkel relativ stark aus. Um genauere Angaben hierüber machen zu können, müsste der Aufbau von uns vermessen werden.

Die daraus resultierende Verschmierung lässt sich über $\frac{v'}{v} = \cos(\alpha)$ abschätzen. Mit einem grob geschätzten Winkel von $\alpha \approx 10^\circ$ ergibt sich $\frac{v'}{v} \approx 0,985$, was einer Verschmierung der Energie von 1,5 % entspricht.

- Dickenabhängigkeit der Linienbreite

Bei großen Dicken des Absorbers besteht eine größere Wahrscheinlichkeit des Eintretens von Mehrfachstreuung, dies führt zu einer Verbreiterung der Linienbreite. Diese lässt sich abschätzen über $\frac{\Gamma_{exp}}{\Gamma_{nat}} \approx 2 + 0,27 \cdot t = 2,745$ mit der in 2.7 für Edelstahl ermittelten Absorberdicke $t = 2,76 \pm 0,04 \text{ mm}$.

- Selbstabsorption der Quelle

Einige Photonen die emittiert werden, werden schon in der Quelle selbst wieder absorbiert und erreichen somit erst gar nicht den Absorber. Durch diese ungewollte Absorption wird die Intensität der Strahlung abgeschwächt, allerdings hat diese keine Verschmierung der Linienbreite zur Folge.

- Nichtaufgelöste Hyperfeinaufspaltung

Aufgrund der Hyperfeinaufspaltung würde man mehrere, nah beieinander liegende, Peaks erwarten. Da das Auflösungsvermögen des experimentellen Aufbaues allerdings begrenzt ist, kommt es lediglich zu einer Verbreiterung der Linienbreite. Die Theorie hierzu ist allerdings sehr komplex zumal die Anzahl der Peaks innerhalb eines verschmierten Peaks unbekannt, so dass hierauf nicht weiter eingegangen wird.

Da außerdem Absorption und Emission gleichzeitig gemessen werden, entspricht die gemessene Linienbreite der doppelten Linienbreite. Mit Hilfe der Abschätzung aus der Heisenberg'schen Unschärferelation und der Berücksichtigung der beschriebenen Effekte wird die Lebensdauer folgendermaßen abgeschätzt:

$$\tau \approx \hbar \cdot \frac{2 \cdot 1,015 \cdot 2,745}{\Gamma}$$

Als untere Grenze für die Lebensdauer des 14,4 keV-Niveaus ergibt sich mit einer bei Edelstahl gemessenen Linienbreite von $\Gamma = (4,9 \pm 1,5) \cdot 10^{-8} \text{ eV}$ eine Lebensdauer von $\tau \approx 74 \pm 19 \text{ ns}$ und damit eine Halbwertszeit von $t_{1/2} \approx 51 \pm 13 \text{ ns}$, womit wir trotz ausführlicher Diskussion um fehlerbelastende Effekte weit unter dem Literaturwert von $t_{1/2} \approx 98 \text{ ns}$ liegen.