Ausarbeitung zur Präsentation

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Fachbereich Mathematik

Seminar „Didaktik der Stochastik“ WS 08/09

Leitung: Prof. Dr. Burkhard Kümmerer

Geschichte der Stochastik

Referenten: Jan Kellner, Emina Radetinac, Timo Wesp, Florian Wetzel

Präsentation vom 25.01.2009

Inhaltsverzeichnis

1. Wahrscheinlichkeitstheorie

In dieser Ausarbeitung sollen zwei wesentliche Gründe für die Entstehung der Wahrscheinlichkeitsrechnung beleuchtet werden. Selbstverständlich sind diese nicht die einzigen Gründe für die bestehenden Beschäftigungen des Menschen mit dem Zufall und der Wahrscheinlichkeit, aber sie sind im Kontext der damaligen Zeit sehr gute Beispiele für die Absichten der Menschen, die sich bereits vor Jahrhunderten mit der Beschreibung von Wahrscheinlichkeiten auseinandersetzten.
Bei den beiden Zugängen handelt es sich einerseits um die Entstehung dessen, was man heute als Versicherungswesen bezeichnet und andererseits um die schon damals ehrgeizig betriebene Beschreibung von Glücksspielen.

1.1. Leibrente und Versicherung von Gütern

So alt wie der Handel selbst ist auch das Bedürfnis der Handelnden ihre Waren gegen unerwartete Ereignisse abzusichern. So gab es bereits im zweiten Jahrtausend vor Christus im alten China und Babylon Kaufleute, die die Waren ihrer Handelsschiffe gegen Schiffbruch und Piraterie versicherten.
Die Vergabe von Krediten und die dabei notwendige Abschätzung sinnvoller Zinssätze ist ebenfalls ein Grundproblem mit dem sich Kaufleute und Kreditgeber seit Beginn der Handelszeiten auseinandersetzen mussten, und das bestimmten Wahrscheinlichkeits- und Sicherheitsüberlegungen bedurfte.
Bereits im antiken Rom wurde das Prinzip der Leibrente betrieben, bei dem einem Leibrentner nach Einzahlung festgelegter Beträge über einen bestimmten Zeitraum bis zu seinem Lebensende ein Betrag als Rente ausgehzahlt wurde.
Für all diese Vorgänge waren Wahrscheinlichkeitsabschätzungen von großer Wichtigkeit um den Ruin einer Kreditanstalt oder eines Versicherers zu verhindern.
Über die verschiedenen Kontrakte dieser Leibrenten und frühen Versicherungsabkommen gibt es aber leider kaum überlieferte Zeugnisse, da die Kaufleute damals wie heute mit ihren Fortschritten und Geschäftsgeheimnissen sehr vorsichtig umgingen.
Das antike Rom bietet aber einen guten Übergang zu einem noch interessanteren Entstehungsgrund der Wahrscheinlichkeitsrechnung, dem Glücksspiel.

1.2. Die Entstehung wahrscheinlichkeitstheoretischen Denkens aus dem Glücksspiel

Früheste Zeugnisse des Glücksspiels sind Würfelfunde im Gebiet des heutigen Iran die bis auf das Jahr 3000 vor Christus zurück datiert werden. Während seiner Regierungszeit um

20 vor Christus hat Kaiser Claudius von Rom die vermutlich erste Abhandlung über ein Glücksspiel verfasst. Es handelt sich um das Spiel „Duodecim Scripta", das als Vorläufer des heutigen Backgammon angesehen wird. Obwohl das Spiel offiziell in der Gesellschaft verboten war beschäftigte sich Kaiser Claudius ausgiebig in seiner Freizeit damit und entwickelte sogar Gewinnstrategien, die er in diesem Buch zusammenfasste. Leider ist kein Exemplar mehr überliefert, sodass nur vermutet werden kann, dass es sich bei der Schrift von Kaiser Claudius bereits um eine stochastische Analyse des Spiels handelte.

römischer Astragal
Quelle: http://membres.lycos.fr/arjan/

In der folgenden Zeit der Entstehung des Christentums war die Entwicklung stochastischen Denkens nicht möglich, da die Kirche alle Gedanken über den Zufall und die Wahrscheinlichkeit als gotteslästerlich unterband. Da die Wissenschaft zur Zeit des Mittelalters ohnehin beinahe ausschließlich in den Klöstern stattfand konnte sich in dieser Zeit keine wahrscheinlichkeitstheoretische Wissenschaft begründen.

In der Gesellschaft waren der Zufall und das Glücksspiel, so wie das gezielte Beeinflussen der Gewinnwahrscheinlichkeiten dennoch ein Thema. Zum Beispiel wurden im alten Rom kleine Schafsgelenkknochen, sogenannte „Astragale" benutzt um auf den Ausgang ihres Wurfes Wetten abzuschließen oder ihre Positionen als Orakel für die Beschreibung der Zukunft zu benutzen.

1.3. Gerolamo Cardano – „Liber de Ludos Aleae"

Erst gegen Ende des Mittelalters traten erste Arbeiten zu Tage, welche verschiedene Glücksspiele genau untersuchten. Cardano (1501 - 1576), ein einflussreicher italienischer Mathematiker verfasste sein Buch „über die Würfelspiele" im Jahre 1524. In seinem Werk beschreibt er das Spiel mit bis zu drei Würfeln und nimmt auch philosophische Gedanken zum Thema Glück auf. Cardano selbst hat mit seinem Wissen im Spiel viel Erfolg gehabt und wurde angeblich spielsüchtig.

Sein Werk hat er selbst nie veröffentlicht. Dies geschah erst im Jahr 1663 nach den grundlegenden Schriften von Blaise Pascal und Pierre de Fermat, zu der im nächsten Abschnitt noch genauer geschrieben sein wird.

Dennoch gilt das Werk Cardanos heute als der Grundstein der Beschreibung diskreter Zufallsprozesse.

1.4. Die Wette des Chévalier de Méré

Antoine Gombaud (1607 - 1684) auch als der „Chévalier de Méré" bekannt war ein französischer Edelmann und leidenschaftlicher Spieler. Auch in dieser Zeit war das Glücksspiel in der Gesellschaft noch unter Strafe verboten, am Hofe jedoch beliebter Zeitvertreib. Der Chévalier vergnügte sich regelmäßig damit, Gäste einzuladen und mit ihnen verschiedene Würfelspiele zu spielen.
Die Wette lautete, dass der Chévalier gewinnt, wenn bei sechs Würfen eines Würfels mindestens eine Sechs fällt. Mit diesem Spiel war er äußerst erfolgreich. Als ein Großteil seiner Stammgäste jedoch des Spiels überdrüssig wurde, da sie auf lange Sicht stets Geld verloren, änderte der Chévalier seine Wette um das Spiel wieder attraktiv werden zu lassen.
Die neue Wette lautete, dass der Chévalier gewinnt, wenn in 24 Würfen zweier Würfel mindestens eine Doppel-Sechs vorkommt. Dieses Spiel war für seine Gäste enorm interessant. Jedoch verlor der Chévalier nun an den meisten Spielabenden. Er konnte sich den Ausgang dieses Spieles nicht erklären und wandte sich an seinen guten Bekannten, Blaise Pascal, der ihm untersuchen sollte, warum sich das Glück gegen ihn gewandt hat.
Der folgende Briefwechsel zwischen Blaise Pascal und Pierre de Fermat gilt als die Geburtsstunde der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

1.5. Der Briefwechsel im Jahre 1654

Das Problem des Chévalier de Méré trieb Blaise Pascal (1623 - 1662) zur Auseinandersetzung mit der Wahrscheinlichkeitstheorie, die er in einem Briefwechsel mit dem ebenfalls französischen Mathematiker Pierre de Fermat stark vorantrieb.
Die beiden lösten das Problem des Chévalier, konnten aber nicht den Widerspruch zwischen Intuition und Realität aufklären. Die wahrscheinlichkeitstheoretische Betrachtung des Würfelspiels brachte folgendes, heute wenig überraschendes Ergebnis.

erstes Spiel:

Chévalier gewinnt bei mindestens einer Sechs in vier Würfen

$$P(keine\ 6) = \frac{5}{6}$$

$$P(keine\ 6\ in\ 4\ Würfen) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 = 0{,}482$$

$$P(mind.\ eine\ 6\ in\ 4\ Würfen) = 1 - 0{,}482 = \mathbf{0{,}518}$$

zweites Spiel:

Chévalier gewinnt bei mindestens einer Doppelsechs in 24 Würfen

$$P(keine\ Doppelsechs) = \frac{35}{36}$$

$$P(keine\ Doppelsechs\ in\ 24\ Würfen) = \left(\frac{35}{36}\right)^{24} = 0{,}509$$

$$P(mind.\ eine\ Doppelsechs\ in\ 24\ Würfen) = 1 - 0{,}509 = \mathbf{0{,}491}$$

Die Gewinnwahrscheinlichkeit lag für den Chévalier in der ersten Spielvariante also, anders als in der zweiten über 50 %. Somit war klar, dass ihn nicht das Glück verlassen hatte, sondern seine Spieländerung ihm schlechtere Chancen einbrachte.
Für genauere Anmerkungen und Informationen zu den Biographien der bedeutenden Mathematiker Blaise Pascal und Pierre de Fermat sei verwiesen, auf die Webseiten der Universität von St. Andrews in Schottland. (http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/BiogIndex.html)
Dieses Resultat war aber nicht das einzige des Briefwechsels zwischen Pascal und Fermat. Sie kamen zu dem Ergebnis, dass die Wahrscheinlichkeit eines unmöglichen Ereignisses Null sein soll und die eines sicheren Ereignisses Eins und legten damit den Maßstab für die numerische Einordnung von Wahrscheinlichkeiten.
Desweiteren müsse die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller möglichen Ereignisse ebenfalls Eins ergeben. Sie legten damit den Grundstein für die Definition der Unabhängigkeit von Ereignissen.
Blaise Pascal hat nach dieser Beschäftigung mit den Grundproblemen an vielen weiteren wahrscheinlichkeitstheoretischen Problemen gearbeitet, was bereits kurz darauf zur Abhandlung über das Pascal'sche Dreieck und die Binomialkoeffizienten führte.
In der folgenden Zeit wurde die Wahrscheinlichkeitsrechnung durch weitere Bereiche, wie die Kombinatorik und die Statistik erweitert. Somit lässt dich die Entwicklung der Stochastik nicht mehr nur durch die Wahrscheinlichkeitstheorie beschrieben. Diese

Ausarbeitung soll ohnehin nur die im Vortrag besprochenen Schritte nachvollziehen. Für eine weitergehende Recherche vor allem zur Axiomatisierung der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Neuzeit empfiehlt es sich besonders, die Werke von Andrei Kolmogorow zu untersuchen.

Zur Entwicklung der weiteren Teilgebiete der Stochastik wird in den jeweiligen Kapiteln geschrieben.

2. Kombinatorik

Noch zu Zeiten des **Galileo Galilei** (15. Februar 1564 in Pisa - 8. Januar 1642 in Arcetri bei Florenz) stellten sich kombinatorische Fragen. Der Fürst der Toskana fragte damals Galilei, warum bei einem Wurf dreier Würfel die Summe 10 öfter als die Summe 9 erscheine, obwohl beide Summen auf genau 6 Arten eintreten können. Diese Frage stellte sich dem Fürsten auch aus demselben Grund, wie ursprünglich die Wahrscheinlichkeitstheorie entstand. Das Glücksspiel war auch hier der Abtrieb sich mit solchen Fragestellungen zu beschäftigen. Durch die Fragenformulierung des Fürsten ist zu erkennen, dass es sehr wohl bekannt war, dass beim mehrfachen Würfeln auch tatsächlich die 10 öfter vorkommt als die 9. Zu Dieser Erkenntnis ist der Fürst selber durch empirische Beobachtung gekommen, doch fehlten ihm weitere Überlegungen und Kenntnisse, um das Problem auch zu lösen. Diese Aufgabe war aber nicht nur von dem Fürsten der Toskana gestellt worden, sondern stellte sich schon Jahrhunderte vorher und konnte erst von Galileo Galilei richtig beantwortet werden. Galilei erkannte, dass es nicht nur auf die Summen der drei Würfel ankam, sondern auch auf die verschiedenen Möglichkeiten, diese Summen mit den drei Würfeln zu erhalten. Die Kombination ist demnach wichtig.

Zu einer solchen Gedankenfolge kam dann auch später **Gottfried Wilhelm Leibniz** (1. Juli 1646 in Leipzig - 14. November 1716 in Hannover). Leipzig war einer der letzten Universalgelehrten seiner Zeit. Er war Philosoph, Mathematiker, Naturwissenschaftler und Diplomat, der zu Zeiten der Aufklärung auch den Gedanken und Philosophie der Aufklärung vertrat. Somit zählte er zu den Frühaufklärern, die den Grundstein für die Bewegung der Aufklärung gelegt haben. Die Maxime „Jeder Mensch besitzt die Fähigkeit zur vernünftigen Lebensführung“ stammt zum Beispiel von ihm, aus deren Zusammenhängen auch seine mathematischen Konstruktionen zustande kamen. Neben anderen Errungenschaften, wie das Entwickeln einer Rechenmaschine und der Beschäftigung mit der Differential- und Integralrechnung, veröffentlichte Leibniz 1666 seine Ausarbeitung „Dissertatio de arte combinatoria“. Man könnte dies als die Geburtsstunde der Kombinatorik bezeichnen, denn er hat dieser Betrachtungsweise der Kombinationen den Namen Kombinatorik gegeben. In seiner Ausarbeitung ging es nicht nur um Kombination von Zahlen, sondern auch um Buchstaben, Geräusche und Farben.
Leibniz sah in den Zahlen eine wunderbare Ordnung, welche auch für seine Philosophie sprach. Leibniz‘ Überlegungen hierzu entwickelt und kommentiert wiederum Knobloch

(1973: 81ff.) und resümiert: „Leibniz will in ihnen zeigen, dass die Zahl der wahren und falschen Aussagen, die Menschen machen können, und daher auch die Zahl der herstellbaren Bücher begrenzt ist, dass also nach einer wenn auch gewaltigen Zeitspanne alles bereits einmal gesagt sein muss und nur noch Wiederholungen möglich sind, kurz dass der menschliche Geist begrenzt ist. Er steht damit freilich im Gegensatz zu seiner eigenen, an anderer Stelle überlieferten Bemerkung „[...], dass schon die Zahl der ersten propositiones unendlich ist...“.“ Man sieht hier, dass dadurch der Grundstein für viel weitreichendere Reflexionen geschaffen wurde. Mit seinen kombinatorischen Überlegungen hat Leibniz somit auch seine Vorstellungen von der Welt und deren Vollkommenheit begründen wollen.

Der kombinatorische Gedanke, zur mathematischen Betrachtung der Wahrscheinlichkeitsrechnung, veranlasste **Pierre-Simon (Marquis de) Laplace** (28. März 1749 in Beaumont-en-Auge in der Normandie - 5. März 1827 in Paris) den klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff zu entwickeln. Laplace führte die Gleichwahrscheinlichkeit der möglichen Ausgänge ein und schuf ein Konstrukt zu sehr überschaubaren Ansichten zur Wahrscheinlichkeitsbestimmung. Im Jahre 1812 in seiner “Théorie analytique des Probabilités“ entwickelte Laplace als erster systematisch die Hauptsätze der Wahrscheinlichkeitstheorie. Laplace lebte zu Zeiten der französischen Revolution und war zu seiner Zeit einer der berühmtesten Mathematiker. Ein Zitat von Laplace dazu: „…sofern uns nichts veranlasst zu glauben, dass einer der Fälle leichter eintreten muss, als die anderen, was sie für und gleich möglich macht (…) Die richtige Einschätzung dieser verschiedenen Fälle ist einer der heikelsten Punkte in der Analyse des Zufallsgeschehens.“

<u>Einige Begrifflichkeiten aus der Kombinatorik:</u>

Kombinatorik kann man als Abzählen der Ereignisse A aus dem Ergebnisraum Ω verstehen.
Das Wort Fakultät hat **Christian Kamp** zur Bezeichnung von Produkten der Form $y(y+1)(y+2)\ldots(y+n)$ im Brief vom 30.05.1795 an Carl F. Hindenburg eingeführt.
Das Ausrufezeichen führte Kamp 1808 ein.
„facultas“ (lat.: Kraft, etwas zu vollbringen)
Früher nannte man „k-Tupel“ auch „Variation zur k-ten Klasse“, beziehungsweise „Variation der Länge k“.

3. Statistik

„In jenen Tagen geschah es, dass vom Kaiser Augustus ein Befehl ausging, dass der gesamte Erdkreis aufgezeichnet werde. Diese erste Aufzeichnung geschah, als Quirinius Statthalter von Syrien war. Alle gingen hin, sich eintragen zu lassen, ein jeder in seine Stadt. Auch Joseph zog von Galiläa, aus der Stadt Nazareth, hinauf nach Judäa in die Stadt Davids, die Bethlehem heißt - weil er aus dem Hause und Geschlechte Davids war, um sich eintragen zu lassen zusammen mit Maria, seiner Verlobten, die gesegneten Leibes war.“ (Lukasevangelium Kapitel 2, 1 – 20)

Statistische Fragestellungen haben die Menschen schon lange Zeit beschäftigt wie die Weihnachtsgeschichte im Lukasevangelium belegt. Alle Völker mussten sich auf den Weg in ihre Heimatstadt machen um sich eintragen zu lassen. **Kaiser Augustus** wollte sich damit einen Überblick über die Größe der Bevölkerung in seinem Reich verschaffen. Volkszählungen interessierten schon zur damaligen Zeit die Wissenschaftler sehr. Ihr Ziel dabei war es die Volkszählungen im Vergleich zu dem Bibelzitat nicht so aufwendig zu gestalten, sondern anhand geringer Daten auf die Gesamtbevölkerung zu schließen. Diese Idee war zu der damaligen Zeit sehr fortschrittlich und genial, jedoch waren die Bemühungen der Wissenschaftler und Forscher erfolglos. Sie konnten keine entscheidenden Fortschritte erzielen, so dass ihre Ergebnisse nicht weiter berücksichtigt wurden. Im Laufe der Zeit befassten sich mit dieser Problematik immer wieder Wissenschaftler, auch ihnen gelang es nicht dieses Problem zu optimieren und zu lösen.

In den Jahren 1602 und 1603 wollte der der Tuchhändler **John Graunt** anhand der Sterbelisten der Stadt London entsprechende Schlüsse auf die Gesamtbevölkerungszahl und deren Sterberate ziehen. Auch ihm gelang es wie den Wissenschaftlern zuvor nicht die Datensätze auszuwerten und zu deuten.

Die moderne Statistik ist erst im 19. und 20. Jahrhundert entstanden. Verschiedene wissenschaftliche Experimente aus dem Bereich der Biologie wurden in diesen beiden Jahrhunderten durchgeführt. Diese Experimente mussten natürlich auch ausgewertet und interpretiert werden, so dass daraus entsprechende Schlüsse gezogen werden konnten. Viele Wissenschaftler befassten sich mit der artigen Fragenstellung in ihrer Forschung. 1843 wurde erstmalig der Begriff der Biometrie eingeführt. Die Biometrie beschäftigt sich mit Messungen an Lebewesen. Es werden dabei Messungen durchgeführt und die Daten ausgewertet. Typische biometrische Fragestellungen zu der damaligen Zeit waren die durchschnittliche Körpergröße von Menschen zu bestimmen. Gibt es Unterschiede zwischen Männern und Frauen und können daraus Schlussfolgerungen gezogen werden? Aber auch die Lebensdauer der Menschen interessierte die Biometriker. Biometrische Fragestellungen waren auch ein Forschungsschwerpunkt von **Karl Pearson** und **Francois Galton**. Sie führten viele Experimente durch und wurden des Öfteren bei der Auswertung ihrer Messungen vor Probleme gestellt, so dass für die beiden statistischen Fragenstellungen von großer Bedeutung waren. Beide arbeiteten ab 1890 fast ausschließlich derartigen Problemen. Ihre Arbeit war erfolgreich. Schon drei Jahre später, 1893, führte Karl Pearson den Begriff „Standardabweichung“ ein, der elementar für die weitere Statistik sein sollte.

1894 erhielt Karl Pearson im Alter von 38 Jahren einen Lehrstuhl für Mathematik und Mechanik. Er war ein sehr gebildeter und erfolgreicher Mensch, der neben Mathematik, noch Philosophie, Biologie, Römisches Recht und Physik studierte. Zwischen 1893 und 1912 publizierte Pearson seine achtzehn Arbeiten zum Thema „Mathematical Contribution of the Theory of Evolution“. Dabei prägte er die Begriffe Korrelationskoeffezient, Kontingenzkoeffizient und den Chi-Quadrat-Test. Sie sind mit der Person Karl Pearson verbunden und sind auf seine hervorragende Forschung zurückzuführen. Im Jahre 1913 wird Pearson für seine Forschung belohnt und erhält eine Professur für Eugenik. Es war die erste Professur, die für Eugenik überhaupt vergeben wurde. Das Wort Eugenik stammt aus dem Griechischen bedeutet die Erbgesundheitslehre.

Im Jahre 1919 holte Karl Pearson den Wissenschaftler **Ronald Aymler Fisher** an sein Institut. Fisher, der ebenfalls Mathematik und auch Astronomie studierte hatte, hatte großes Interesse an Biologie und biologischen Fragestellungen gehabt. In diesem Zusammenhang wurde er bekannt. Bereits 1912, im Alter von 22 Jahren, veröffentlichte Fisher die Maximum-Likelood-Methode. Anschließend arbeitete Fisher als Lehrer und aufgrund seines großen Interesses an Biologie auf einer kanadischen Farm ehe ihn Karl Pearson an sein Institut holte. Pearson und Fisher hatten zu Beginn ein sehr gutes Verhältnis sowohl dienstlich als auch privat. Ein Forschungsschwerpunkt der beiden Wissenschaftler war das Auswerten von Stichproben. Karl Pearson war der klassischen Aussage, dass es zwingend erforderlich sei um Aussagen treffen zu können, einen großen Umfang von Stichproben zu betrachten. Ronald Aymler Fisher hingegen teilte diese

Auffassung nicht. Er war der Meinung, dass es auch möglich sein anhand von kleinen Stichproben entsprechende Schlüsse ziehen zu können, denn „man könne nicht permanent Volkszählungen vornehmen“. Diese beiden unterschiedlichen Auffassungen löste eine heftige Meinungsverschiedenheit der beiden Wissenschaftler aus, die zur Folge hatte, dass Pearson und Fisher über den anderen hetzten und stichelten. Das harmonische Verhältnis der beiden war seit dem vorbei. Karl Pearson veröffentlichte die Zeitschrift „Biometrika“. In dieser Zeitschrift wurden wissenschaftliche Beiträge veröffentlicht. Pearson weigerte sich Beiträge von Fisher abzudrucken, weil er seine Ansätze für grundlegend falsch hielt.
Karl Pearsons Sohn, **Egon Sharpe Pearson**, arbeitete ab 1924 auch an dem Institut seines Vaters. Bereits 1926 hielt er Vorlesungen für seinen Vater. Egon Pearson war entsetzt darüber, dass sich der Streit seines Vaters und Ronald Fisher zu spitzte. Egon Sharpe Pearson war der Auffassung gewesen, dass beide großartige Wissenschaftler seien und dieser Streit in diesem Maße nicht nötig gewesen sei. Er selbst hält sich zunächst aus dem Streit der beiden heraus, steht jedoch seinen Vater sehr nahe.

Im Jahre 1926 besuchte der polnische Mathematiker **Jerzy Neyman** Karl Pearson in London. Neyman galt schon im Kindesalter als äußerst mathematisch begabt. 1912, im Alter von
18 Jahren, begann er Mathematik und Physik für das Lehramt zu studieren. Er war an mathematischen Fragenstellungen sehr interessiert und las auch sehr früh schon mathematische Paper. Dabei stieß auch er auf Paper von Karl Pearson. Neyman war begeistert und fasziniert von Pearson, so dass er Karl Pearson unbedingt kennen lernen wollte und ihn schließlich auch besuchte. Als Jerzy Neyman Karl Pearson traf, war er sehr enttäuscht von diesem. Er konnte es nicht verstehen, warum Pearson sich nicht mehr mit aktuellen Fragestellungen der Statistik beschäftigte und nicht mehr aktiv forschte, sondern lediglich sein Institut verwaltete. Dennoch war der Besuch sehr erfolgreich und brachte Neyman in seiner Arbeit als Wissenschaftler weiter. Er lernte in London auch Pearsons Sohn Egon Sharpe kennen. Beide verstanden sich sehr gut und arbeiteten fortan hervorragend zusammen. Von 1928 bis 1933 gaben die beiden zwölf Publikationen heraus. Die beiden entwickelten den Hypothesentest und führten die Begriffe Fehler 1. und 2. Art. Sie befassten sich auch mit der Abhängigkeit der beiden Fehlerarten und deren Auswirkung. Auch die Abhängigkeit der beiden Fehler war ein Forschungsschwerpunkt der beiden Wissenschaftler gewesen. Auf die beiden geht auch

der Neyman-Pearson-Test zurück.

1933 trat Karl Pearson ab und ging in den Ruhestand. Die Nachfolge teilten sich Ronald Aymler Fisher und Egon Sharp Pearson. Pearson war mit vielen organisatorischen Aufgaben beschäftigt und hatte kaum noch Zeit sich mit wissenschaftlichen Fragestellungen zu befassen. Neyman forschte nun alleine erfolgreich weiter. Er führte die Nullhypothese ein und diskutierte deren Bedeutung. Auch die Konfidenzintervalle und die Operationscharakteristik gehen auf Neyman zurück.

Die gemeinsame Zusammenarbeit am Institut in London zwischen Egon Pearson und Ronald Fisher gestaltete sich als sehr schwierig. Pearson arbeitete wie sein Vater auch an der Zeitschrift „Biometrika“ mit und verhinderte auch als Chefredakteur, dass Fishers Beiträge in dem Magazin publiziert wurden. Er war von 1936 bis 1966 sogar Chefredakteur des Magazins, so dass er Fishers Beiträge hätte abdrucken können. Dieses Verhalten und auch die unterschiedlichen wissenschaftlichen Ansätze führten dazu, dass sich Fisher und er förmlich bekriegten.

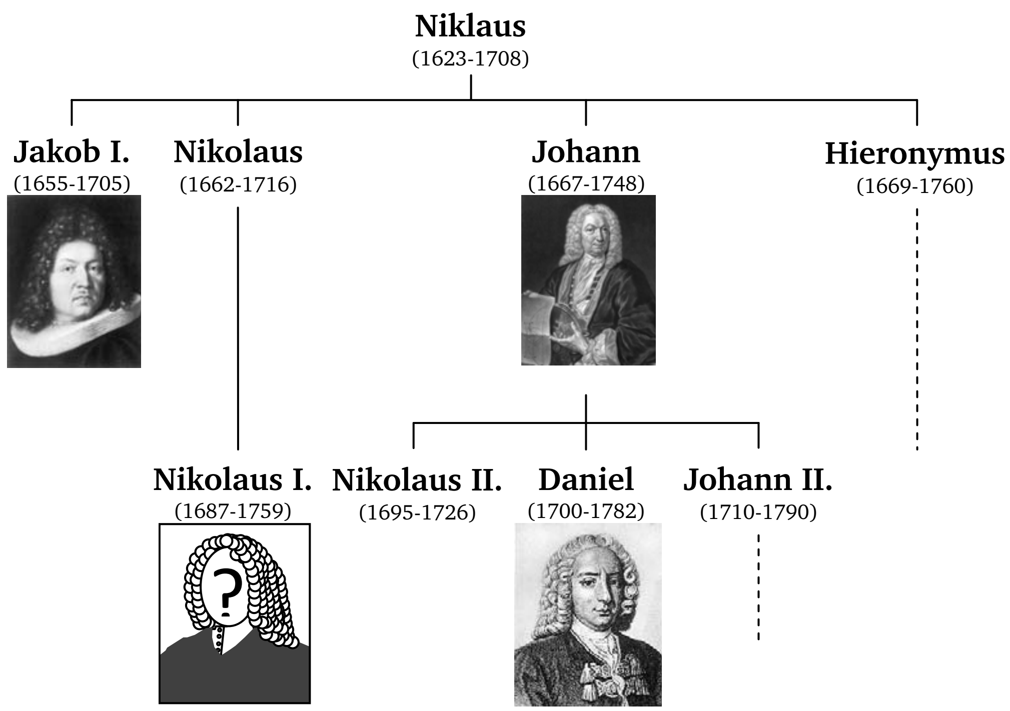
Eine mögliche Ursache, dass Fisher Beiträge nicht abgedruckt wurden, könnte sein, dass Fishers Schriften schwierig und umständlich geschrieben waren. Fisher war ein großartiger Wissenschaftler aus Überzeugung und Leidenschaft, jedoch war er sehr anspruchsvoll und verwendete oftmals komplizierte Ausdrücke, so dass es auch vielen Wissenschaftlern nicht möglich war, seine Arbeiten zu verstehen. Die Bedeutung seiner großartigen Arbeiten wurde teilweise erst später bewusst. Er entwickelte den t-Test, den Fisher-Test, die Maximum-Likelihood-Methode und die Varianzanalyse. Mit Hilfe dieser bedeutenden Tests können auch anhand geringer Stichproben Rückschlüsse gezogen werden. Es ist nicht notwendig große Stichproben zu untersuchen. Derart umfangreiche Volkszählung wie sie zu Kaiser Augustus vor kamen, müssen nicht durchgeführt werden. Im Jahre 1939 verließ Fisher das Institut und lehrte fortan Cambridge und Adelaide.

Die Statistik wie wir sie heute kennen, wurde maßgeblich von Karl und Egon Sharpe Pearson, Ronald Aymler Fisher und Jerzy Neyman entwickelt und geprägt. Eine Schülerin von Jerzy Neyman beschäftigte sich mit der Fragestellung, wer denn der bedeutendste Statistiker gewesen sei. Die Schülerin antwortete darauf: „Fisher verdanken wir eine große Anzahl statistischer Methoden, Neyman hingegen die Basis des statistischen Denkens.“ Das Zitat beschreibt die Entwicklung und Entstehung der Statistik sehr gut. Fisher befasste sich tiefgehend mit statistischen Fragestellungen, währenddessen Neyman viele elementare statistische Denkansätze prägte. Das unterstreicht noch einmal die Rolle von Ronald Aymler Fisher. Abschließend kann man sagen, dass die Entwicklung der Statistik von allen genannten Personen in großem Maße geprägt worden ist und der Streit zwischen der Familie Pearson und Ronald Fisher ein großer inhaltlicher Gewinn für die Statistik war.

Einer der berühmtesten Mathematiker Deutschlands **Carl Friedrich Gauß** (30. April 1777 in Braunschweig - 23. Februar 1855 in Göttingen) war mit seinen mathematischen Modellen ebenfalls ein Begründer der Statistik. Gauß war schon als Kind sehr begabt im Rechnen und logischen Denken, welches Talent ihn später zu überragenden wissenschaftlichen Leistungen brachte. Eine seiner frühesten Entwicklungen war bereits im Alter von 18 Jahren, als er die „Methode der kleinsten Quadrate" konzeptionierte und mit dieser in der Lage war für Messwerte Ausgleichskurven zu finden und zu bestimmen. Desweiteren war sie für ihn in der Vermessung sehr nützlich und machte ihn mit 28 Jahren schon berühmt, als er es schaffte die Bahn eines Asteroiden namens Ceres zu berechnen, dessen Beobachtung der Bahn, durch sein Verschwinden hinter der Sonne nicht mehr möglich war. Neben den Bahnberechnungen konnte Gauß auch Statistische Modelle analysieren und entwarf die „Gauß'sche Normalverteilung" mit der bekannten Gauß-Glockenkurve. Schon zu seiner Zeit konnte er diese Arbeiten seht gut, zum Beispiel zur Verwaltung der Witwen und Weisenkasse der Göttinger Universität nutzen. Die Normalverteilung ist damit einhergehend der erste Baustein zur modernen Statistik und Entwicklung von verschiedenen Verteilungen und Testanalysen.

4. Die Familie Bernoulli und die Stochastik

Der Stammbaum der Familie Bernoulli geht bis ins 16. Jahrhundert zurück. Als Stammvater wird meist Leon Bernoulli gesehen, ein Arzt in Antwerpen.
Dessen Sohn Jacob Bernoulli gründete dort einen Gewürzhandel, musste dann allerdings aus konfessionsbedingten Gründen vor der spanischen Armee fliehen. Die Niederlande waren damals vom spanischen König Philip besetzt, der seine Macht dort unterstreichen wollte, indem er seinen katholischen Glauben den meist protestantischen Niederländern aufzwang. Viele Niederländer flohen daher, unter ihnen der zuvor erwähnte Jacob Bernoulli, der infolge dessen 1570 nach Frankfurt am Main zog und dort seinen Gewürzhandel weiterführte.
Der gleichnamige Enkel Jacobs emigrierte 1620 nach Basel, wo er ebenfalls Gewürzhandel betrieb. 1622 erwarb er dort Bürgerrechte
Sein Sohn Niklaus Bernoulli (1623-1708) führte den Gewürzhandel fort und heiratete Margarethe Schönauer, die das Kind einer einflussreichen Baseler Bankiers- und Politikerfamilie war, und gründete mit ihr einen Familienzweig, der so manch berühmten Mathematiker hervor bringen sollte.



Für die Weiterentwicklung der Stochastik waren insbesondere Jakob I., Johann, Nikolaus I., Nikolaus II. und Daniel Bernoulli wichtig, deren Leben und Werke hier im Folgenden näher beschrieben werden.

4.1. Jakob I. Bernoulli (1655-1705)

Jakob I. Bernoulli studiert zunächst Philosophie und Theologie in Basel und schließt beide Studien erfolgreich ab. Gegen den Willen seiner Eltern studiert er parallel Mathematik und Astronomie und ist damit das erste Mitglied seiner Familie, das sich intensiv mit der Mathematik auseinandergesetzt hat.
1676 reist er zunächst nach Genf, dann nach Frankreich, wo er mit den Nachfolgern Descartes ins Gespräch kommt. 1681 führt ihn seine Reise schließlich in die Niederlanden, wo er Hudde trifft. Die letzte Etappe seiner Reise ist anschließend England, wo er mit Boyle und Hooke zusammen kommt. Insgesamt ist diese ausgeprägte Reise der Grund für eine rege Korrespondenz mit vielen namhaften Mathematikern.
Zurück in der Schweiz wird ihm der Lehrstuhl der Mathematik an der Baseler Universität angeboten, den er bis zu seinem Tode innehaben wird.
Kurz nach seinem Antritt heiratet er Judith Stupanus.
Gegen den Willen seiner Eltern lehrt er seinem Bruder Johann Bernoulli neben dessen Medizinstudium Mathematik und Physik. Die beiden beschäftigen sich intensiv mit Leibniz‘ Veröffentlichung „Nova Methodus pro Maximis et Minimis, itemque Tangentibus“. Die Zusammenarbeit der beiden schlägt jedoch schnell in Rivalität um, die schließlich darin gipfelt, dass die beiden Brüder 1697 den Kontakt gänzlich abbrechen.
Zwischen 1682 und 1704 macht Jakob I. Bernoulli verschiedene Veröffentlichungen. Darunter befinden sich unter anderem:

- „Gesetz der Großen Zahlen“ (1689)
- Interpretation der Wahrscheinlichkeiten als relative Häufigkeiten
- Divergenz von $\sum \frac{1}{n}$ (Dies war (ihm jedoch unbekannt) schon 40 Jahre früher von Mengoli veröffentlicht worden.)
- Konvergenz von $\sum \frac{1}{n^2}$ (Die Summe wird erst 1737 von Leonhard Euler berechnet.)

Jakob I. Bernoulli arbeitet an einem weiteren Werk („Ars Conjectandi“), in welchem er unter anderem diverse Ergebnisse anderer Mathematiker zur Wahrscheinlichkeitstheorie diskutiert. Unter ihnen: van Schooten, Leibniz, Prestet. Auch die nach ihm benannten „Bernoulli-Zahlen“ (Taylor-Koeffizienten von $\frac{x}{e^x - 1}$) tauchen dort auf. Desweiteren betrachtet er viele Beispiele zur Gewinnerwartung in unterschiedlichen Spielen.
Dieses Werk wird jedoch erst 8 Jahre nach dem Tod von Jakob I. Bernoulli (im Jahr 1713) von seinem Neffen Nikolaus I. Bernoulli fertig gestellt und veröffentlicht.

4.2. Johann Bernoulli (1667-1748)

Johann Bernoulli ist das 10. Kind und soll ursprünglich den Gewürzhandel seiner Eltern übernehmen.
Seine Interessen liegen jedoch bereits sehr früh in der Mathematik, jedoch darf er diese nicht vertiefen, sondern muss auf Geheiß seiner Eltern Medizin studieren. Gegen den Willen seiner Eltern lässt er sich jedoch neben seinem Studium von seinem Bruder Jakob I. Bernoulli Mathematik und Physik lehren.
Seine Doktorarbeit ist dementsprechend eine mathematische Betrachtung der Muskelbewegung.
Während seines Studiums beschäftigt er sich mit seinem Bruder Jakob I. Bernoulli intensiv mit Leibniz‘ Veröffentlichung „Nova Methodus pro Maximis et Minimis, itemque Tangentibus“. Die Zusammenarbeit der beiden schlägt jedoch schnell in Rivalität um, die schließlich darin gipfelt, dass die beiden Brüder 1697 den Kontakt gänzlich abbrechen.
1691 bereist er Genf und setzt seine Reise in Paris fort, wo er in Kontakt mit de l’Hôpital kommt, der zu seiner Zeit als der bester Mathematiker in Paris galt. In dieser Zeit lehrt Johann Bernoulli ihn die Zusammenhänge aus Leibniz‘ Veröffentlichungen. Auch als Johann Bernoulli längst wieder in Basel ist, erklärt er ihm in verschiedenen Korrespondenzen weitere Zusammenhänge. Für den gesamten Zeitraum erhält er von de l’Hôpital ein halbes Professorengehalt.
De l’Hôpital kauft Johann Bernoulli diverse Ideen ab, was dazu führt, das seine Veröffentlichungen zu einem nicht unwesentlichen Teil Johann Bernoullis Handschrift tragen. Beispielsweise wurde 1922 anhand von Briefen nachgewiesen, dass die L’Hôpital’sche Regel ursprünglich von Johann Bernoulli stammt.
Aus seiner Reise stammen noch weitere Bekanntschaften mit namhaften Mathematikern, z.B. beginnt Johann Bernoulli in dieser Zeit eine Korrespondenz mit Gottfried Wilhelm Leibniz.
1695 nimmt er den Lehrstuhl für Mathematik in Groningen an, für den er von Christian van Huygens angeworben wurde.
Bis zu seinem Tod löst er von dort aus diverse Problemstellungen anderer Mathematiker, unter anderem aus Veröffentlichungen von seinem Bruder Jakob I. Bernoulli.
Sein wohl berühmtester Schüler ist Leonhard Euler.

4.3. Nikolaus I. Bernoulli (1687-1759)

Nikolaus I. Bernoulli wird im Gegensatz zu vielen anderen Mitgliedern seiner Familie die Mathematik schon mit in die Wiege gelegt. Durch seine beiden Onkel Jakob I. und Johann Bernoulli beschäftigt er sich schon früh mit mathematischen Fragestellungen.
Er studiert daher auch Mathematik in Basel und schreibt seine Master Arbeit unter der Aufsicht seines Onkels Johann Bernoulli.
1712 beginnt er eine Reise, die ihn durch die Niederlanden, England und Frankreich führt. Dort trifft er viele namhafte Mathematiker, unter ihnen Pierre Raymond de Montmort.
1716 hat er Galileis Lehrstuhl in Padua inne, nimmt 1722 jedoch einen Lehrstuhl in Basel an.
Nikolaus I. Bernoulli war ein durchaus begnadeter, allerdings nicht sehr produktiver Mathematiker. Durch Briefwechsel mit Montmort und aus dessen Veröffentlichungen kann man schließen, dass er verschiedene Problemstellungen und Lösungen zur Wahrscheinlichkeitstheorie beitrug. Unter anderem wird hier auf das Sankt-Petersburg-Paradoxon verwiesen, welches er zusammen mit seinem jüngeren Cousin Nikolaus II. Bernoulli in St. Petersburg aufstellte.
Durch Schriftwechsel mit Gottfried Wilhelm Leibniz sind Lösungen von Nikolaus I. Bernoulli bekannt, wie z.B. der Beweis der Divergenz von $(1+x)^n; x<0$.
Durch seine Korrespondenz mit Leonhard Euler weiß man heute, dass unter anderem die Lösung von $\sum\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}$ auf Nikolaus I. Bernoulli zurückgeht. Dieses Konvergenzproblem wurde von Gottfried Wilhelm Leibniz und Jakob I. Bernoulli aufgestellt.
Nikolaus I. Bernoulli vollendet das Werk seines Onkels Jakob I. Bernoulli („Ars Conjectandi") nach dessen Tode anhand von seinen Notizbüchern und veröffentlicht es 8 Jahre später (1713).

4.4. Nikolaus II. Bernoulli (1695-1726)

Nikolaus II. Bernoulli ist der Lieblingssohn unter den drei Söhnen seiner Eltern. Er beginnt mit 13 Jahren das Studium der Mathematik und Jura in Basel.
Er ist ein vielversprechendes und sehr fleißiges Talent, allerdings verstirbt er sehr früh an Fieber.
In seiner Zeit in St. Petersburg stellt er zusammen mit seinem älteren Cousin Nikolaus I. Bernoulli das Sankt-Petersburg-Paradoxon auf.

4.5. Daniel Bernoulli (1700-1782)

Daniel Bernoulli soll genau wie sein Vater Johann Bernoulli gegen seinen eigenen Willen den kaufmännischen Beruf erlernen.
Er beginnt mit 13 Jahren das Studium der Philosophie und der Logik in Basel, beschäftigt sich jedoch gegen den Willen seiner Eltern nebenbei mit dem Studium der Mathematik.
Nach dem erfolgreichen Studium der Philosophie, will er das Studium der Mathematik offiziell beginnen, jedoch hält sein Vater Johann Bernoulli dieses Studium in der damaligen Berufswelt für aussichtslos und verbietet ihm dies.
Anstelle dessen beginnt Daniel Bernoulli das Studium der Medizin in Basel. Wie auch schon sein Vater beschäftigt er sich auch in diesem Zeitraum lieber mit mathematischen Fragen und so ist das Thema seiner Doktorarbeit die Mechanik des Atmens.
Nach seinem Medizinstudium bewirbt er sich an der Baseler Universität für zwei verschiedene Lehrstellen. Im Fach Anatomie und Botanik gelangt er in die finale Auswahl, zieht jedoch beim Auslosen das kürzere Hölzchen. Im zweiten Fach Logik ist er ebenfalls in der finalen Auswahl, wieder wird gelost und erneut zieht er das kürzere Hölzchen.
Daraufhin reist er nach Venedig um dort das Studium der angewandten Medizin zu beginnen. Nach nur kurzer Zeit wird er allerdings schwer krank und kann sein Studium nicht fortsetzen.
In diesem Zeitraum veröffentlicht er jedoch diverse mathematische Veröffentlichungen. Darin beschäftigt er sich unter anderem mit

- einer wahrscheinlichkeitstheoretischen Abhandlung über das Kartenspiel Pharo,
- Newtons Gesetze
- den Lösungen diverser Differentialgleichungen

Außerdem erfindet er eine Sanduhr, die auch bei starkem Seegang konstant läuft. Diese Erfindung sendet er an die Pariser Akademie.
Erst als er etwa ein Jahr später wieder nach Basel zurück kehrt, erfährt er, dass er zusammen mit seinem Vater Johann Bernoulli den Preis der Pariser Akademie gewonnen hat. Dies hat zur Folge, dass Daniel Bernoulli von seinem Vater verstoßen wird. Daniel Bernoulli gewinnt die Auszeichnung noch acht weitere Male.
Anschließend begibt er sich mit seinem Bruder Nikolaus II. Bernoulli nach St. Petersburg, wo beide eine Lehrstelle erhalten.
Johann Bernoulli schickt 1727 seinen besten Schüler Leonhard Euler nach St. Petersburg, wo dieser eng mit Daniel Bernoulli zusammen arbeitet. Bis zu seiner Rückkehr nach Basel (1733) ist diese Zeit mit Leonhard Euler Daniel Bernoullis produktivste. Aus dieser Zeit

stammen beispielsweise physikalische Überlegungen, wie z.B. Klänge als Überlagerungen von Schwingungen zu betrachten oder Überlegungen zur Hydrodynamik.
Johann Bernoulli beschäftigt sich auch mit der Wahrscheinlichkeitstheorie. Beispielsweise veröffentlicht er Abhandlungen über den Zusammenhang zwischen dem sozialen Wohlstand eines Menschen und dessen Gesundheit, welche eine wichtige Grundlage für das Versicherungswesen bilden sollten.

5. Der Vortrag am 25.01.2009

5.1. Zeitmanagement

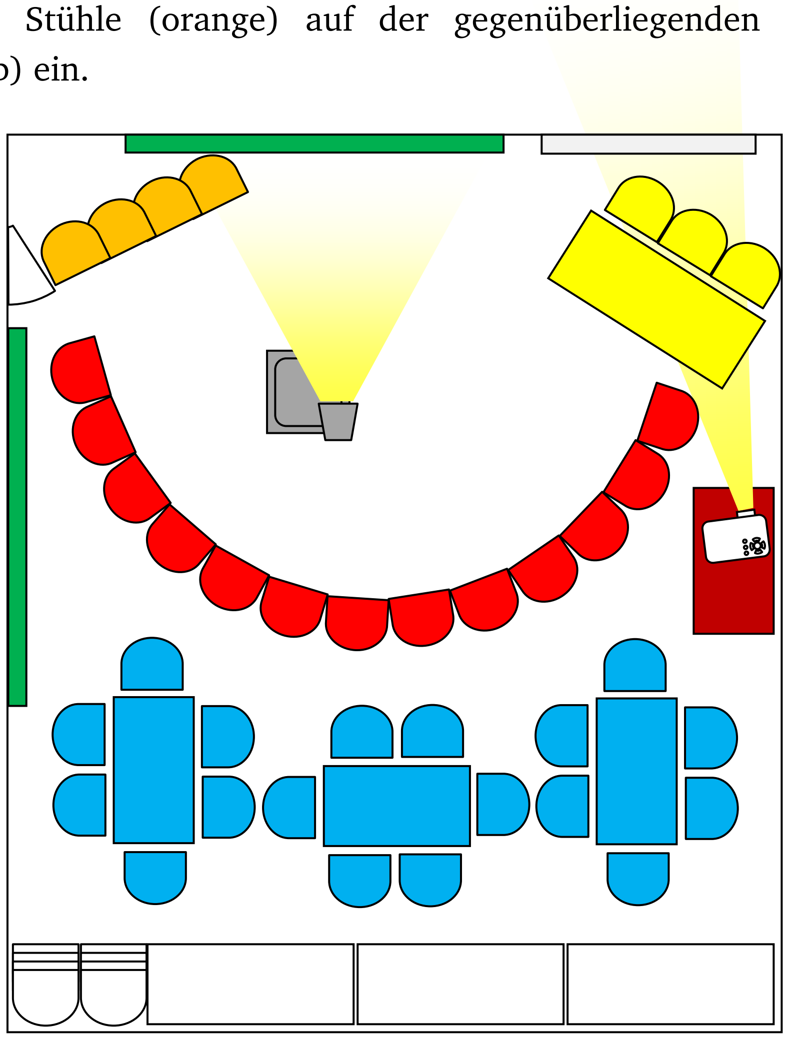
Unser Geplanter Ablauf für unsere Sitzung am 25.01.2009 sah folgendermaßen aus:

Abschnitt	Vortragende(r)	Zeit
Begrüßung, Gliederung, Vorstellen des Plakats	Jan	4
Bernoullis betreten den Raum (*als Daniel Bernoulli: Jakob I. kommt später*)	Florian	1 (5)
Vortrag: Wahrscheinlichkeitstheorie (*Glückspiel*)	Jan	15 (20)
Abbruch durch Daniel Bernoulli *(Glückspiel Pharo →Versicherungswesen)*	Florian	5 (25)
Gruppenarbeit – Versicherungen	Jan, Florian	30 (55)
Vortrag: Kombinatorik (*Galilei →Leibniz*)	Emina	10 (65)
Unterbrechung durch Johann Bernoulli *(Leibniz'„Nova Methodus pro Maximis et Minimis, itemque Tangentibus…"* *→L'Hôpital'sche Regel)*	Florian	5 (70)
Einleitung der Pause	Emina	2 (72)
PAUSE		23 (95)
Vortrag: Laplace	Emina	5 (100)
Gruppenarbeit – Laplace	Emina, Timo	20 (120)
Einschub durch Nikolaus I. Bernoulli *(St-Petersburg-Paradoxon, Biographie von Jakob I.)*	Florian	10 (130)
Vortrag: Gauß	Emina	10 (140)
Vortrag: Statistik	Timo	15 (155)
Zusammenfassung (*für verspäteten Jakob I. Bernoulli*)	Emina, Florian (*als Jakob*)	5 (160)
PUFFER		20 (180)

Das Zeitmanagement haben wir als sehr angenehm empfunden. Gerade durch den Puffer, den wir mit eingeplant hatten, sind wir ohne Kürzungen in den Vorträgen, bzw. ohne vorzeitige Abbrüche der Gruppenarbeiten ausgekommen.

5.2. Sitzordnung

Um die verschiedenen Arbeitsphasen auch räumlich klar voneinander zu trennen, haben wir einen Stuhlhalbkreis (rot) für die Vorträge gebildet und Tischgruppen (hellblau) für die Gruppenarbeitsphasen.
Um die Bernoulli-Schauspiele vom restlichen Vortrag etwas abzugrenzen, bereiteten wir entsprechend vier Stühle (orange) auf der gegenüberliegenden Seite der übrigen Vortragenden (gelb) ein.



Parallel zu unserem Vortrag projizierten wir die gesamte Zeit mit einem Beamer (dunkelrot) unser Plakat auf die Leinwand rechts neben der Tafel. In der Mitte des Stuhlkreises positionierten wir einen Overheadprojektor (grau), mithilfe dessen wir unsere Vorträge mit Folien begleiteten.

5.3. Ablauf der Gruppenarbeiten

Wir haben in unserer Sitzung zwei Gruppenarbeitsphasen eingeplant.

5.3.1. Gruppenarbeit 1 – Versicherungen

In der ersten Gruppenarbeit sollten sich die Teilnehmer mit einer Berufsunfähigkeitsversicherung auseinandersetzen und anhand dieses Beispiels die Notwendigkeit der Stochastik für das Versicherungswesen erleben. Damit wollten wir den zweiten Grund präsentieren, der neben dem Glückspiel Ausgangspunkt für die Wahrscheinlichkeitstheorie war. Dieser andere Grund wurde unmittelbar zuvor im Vortrag behandelt.
Die Teilnehmer wurden dazu in zwei Gruppen eingeteilt, wobei sich eine Gruppe in die Rolle eines Versicherers und die andere Gruppe in die Rolle des Versicherungsnehmers hineinversetzen sollten. Eingeteilt wurden die Teilnehmer abwechselnd in der Sitzordnung.
Beide Gruppen erhielten hierzu zunächst das gleiche Informationsblatt (siehe Anlage)
Darin wurden Daten und Informationen zur Bearbeitung der Aufgaben bereitgestellt.
Jede der zwei Gruppen erhielt daraufhin ein weiteres Arbeitsblatt (siehe Anlage), das die Aufgaben mit Hinweisen für die jeweilige Gruppe enthielt.

Die Gruppenarbeit lief so ab, wie wir sie uns vorgestellt hatten. Punkte, die den Teilnehmern an der Aufgabenstellung unklar waren, sind folgende:

- Die zweite Grafik auf dem Informationsblatt, die das Alter der berufsunfähig gewordenen Personen darstellt, sorgte für Verwirrung, weil den Teilnehmern nicht direkt klar war, dass hier nicht alle Menschen, sondern nur berufsunfähige dargestellt wurden.
- Wir hatten versäumt, der Gruppe der Versicherer mitzuteilen, dass es sich bei dem Versicherten um einen Lehrer handelte. Dadurch ergaben sich zunächst Probleme bei diversen Rechnungen.
- Bei der Frage an die „Lehrer“, ob die Leute früher wohl auch so gerechnet hätten, kamen Einwände, dass es Berufsunfähigkeitsversicherungen in dieser Form doch gar nicht gab.
- Die zur Verfügung gestellten Daten waren aus verschiedenen Quellen. Somit machte die Versicherung in unserem Rechenbeispiel Verlust.

Für die Gruppenarbeit benötigten wir inklusive Anweisung und Ergebnispräsentation 40 min.

5.3.2. Gruppenarbeit 2 – Laplace-Paradoxon

In der zweiten Gruppenarbeit sollten sich die Seminarsteilnehmer mit dem Laplace-Paradoxon beschäftigen.
Sinn und Ziel dieser Aufgabe sollte sein, zu erkennen, dass durch verschiedene Betrachtung des Ergebnisraumes und der dann dazu verwendeten Gleichwahrscheinlichkeit der Ereignisse, verschiedene Ergebnisse für das selbe Ereignis zustande kommen können.

Zum Ablauf der Gruppenarbeit: (ABs siehe Anlage)
Die Gruppenarbeit wurde nach dem Vortragselement zu Laplace eingeleitet, bei dem ausdrücklich erwähnt wurde, dass die Gleichwahrscheinlichkeit zur Problemlösung betrachtet werden sollte. Ebenso wurde auf die Bearbeitung bezüglich der Tipps für den Ergebnisraum hingewiesen.
Die Gruppeneinteilung erfolgte in 3 Gruppen, welche jeweils verschiedene Tipps für ihre Ergebnisräume hatten. Diese waren:
Gruppe 1 :
„Verwendet die Betrachtung, dass Eva entweder neben Bernd sitzen kann oder nicht."
Gruppe2 :
„Betrachtet die Anzahl der Plätze, die Eva von Bernd trennen können."
Gruppe 3 :
„Betrachte dabei die Anzahl von Personen, die im Uhrzeigersinn zwischen Bernd und Eva sitzen."
Die anfängliche Aufgabenformulierung war dieselbe für alle Gruppen.

Die Gruppen hatten 15 Minuten Zeit ihren Teil der Aufgabe zu lösen und sich den Sinn zu ihren gewählten Ergebnisräumen zu überlegen. Anschießend hatten die Gruppen 5 Minuten Zeit sich die Aufgabenblätter der anderen Gruppen durchzulesen und mit ihrem Ergebnis zu vergleichen.

Abschließend sollten die Ergebnisse vorgestellt und diskutiert werden.

Ablauf im Seminar selbst:

Die Einleitung zur Gruppenarbeit und die Aufgabenformulierung schien allen verständlich zu sein. Jedoch stellten wir bei den Gruppen 1 und 2 fest, dass die Tipps zunächst nicht berücksichtigt wurden. Erst durch Anleitung der Referenten und einigen mündlichen Hinweisen, wurde der eigentliche Weg zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten erkannt. Vor allem die Gruppe 1 hatte ein Problem damit, die Ereignisse „Eva sitz neben Bernd“ und „Eva sitzt nicht neben Bernd“ als gleichwahrscheinlich anzunehmen.

Bei der Präsentation und Diskussion, kam der Diskussionsteil leider etwas zu kurz. Doch dies ergab sich anscheinend aus der vorherigen Betrachtung der Arbeitsblätter der Anderen Gruppen, sodass die Folgerung aus der Aufgabe für alle ersichtlich war. Welches uns veranlasste anzunehmen, dass der Sinn der Gruppenarbeit erkannt wurde und die Problematik, der Erwägung der verschiedenen Ergebnisräume zu verschieden Ergebnissen aber nicht zu richtigen oder falschen Ergebnissen führt.

Die 3. Gruppe hat sich ebenfalls nicht ganz an den Tipp gehalten und alle möglichen Sitzkombinationen zur Berechnung benutzt. Sie kamen aber auf diese Weise ebenfalls auf die Wahrscheinlichkeit, die auch aus dem Tipp heraus hätte berechnet werden sollen.

Didaktische Analyse:

In der Aufarbeitung der Thematik „Geschichte der Stochastik“ haben wir uns auch den didaktischen Sinn zu diesem Thema überlegt.

Wir sind zum Schluss gekommen, dass ein geschichtlicher Hintergrund immer einen tollen Einstieg in das Thema bietet. Wenn man den geschichtliche Hintergrund in der Unterricht mit einbaut, kann der Lehrer die Entstehung verschiedener Problemstellungen deutlicher machen und diesen Unterricht auch viel lebendiger gestalten.

Das Glücksspiel als Anreiz zur Wahrscheinlichkeitstheorie, oder das kombinatorische Problem von Galileo Galilei sind schon in der Mittelstufe sehr geeignete Beispiele um den Inhalt und die Anforderungen zu erwähnen und einzuleiten.

Einen weiteren Aspekt, zum didaktischen Sinn der geschichtlichen Anschauung, hat uns Prof. Dr. B. Kümmerer genannt. In einem Gespräch erklärte er, dass durch die Problemstellungen, die sich aus dem geschichtlichen Kontext ergeben, auch für die Lehrperson zu erkennen ist, wo die Schwierigkeiten beim Verständnis für die Schüler liegen. Aufgaben, welche mehrere Jahrhunderte nicht geklärt wurden und nur vor den schlauesten Mathematikern erfasst werden konnten, sind bestimmt auch nicht so leicht aus der Schülersicht zu verstehen. Diese Betrachtung ermöglicht ein sensibleres Umgehen in der Art der Vermittlung und ein besseres Auffassungsvermögen bei Fragestellungen und Unverständnis der Schüler.

6. Quellen

http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/BiogIndex.html
http://de.wikipedia.org/